

Statistinių ir mastelinių erdvinės įvairovės indeksų dinamikos Izingo modelyje

Dynamics of statistical and scale-based spatial indices in Ising model

Justas Kvedaravičius¹, Aleksejus Kononovičius²

¹ Vilniaus universiteto Fizikos Fakultetas, Saulėtekio al. 9, LT-10222, Vilnius

² Vilniaus universiteto Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, Saulėtekio al. 9, LT-10222, Vilnius

justas.kvedaravicius@ff.stud.vu.lt

Socialinių sistemų dinamikos tyrinėjimas panaudojant statistines fizikos tyrimų metodus suformavo tarpdisciplininę tyrimų sritį - sociofiziką. Izingo modelio paradigma sulaukė didžiulio pasisekimo perkeltiant socialinių sistemų agentų sąveikas ir iš to kylančius reiškinius į sukininius modelius [1]. Įprastai šie modeliai analizuojami laikinės dinamikos požiūriu, tačiau kai kurie reiškiniai gali būti paaiškinti tik erdvinės dinamikos požiūriu, pavyzdžiui, migracija [2], reguliarios kelionės į (iš) darbovietę [3]. Šio tyrimo tikslas - iširti mastelinių ir statistinių erdvinės įvairovės indeksų savybes feromagnetinio ir antiferomagnetinio Izingo modelio gardelei.

Izingo modelio gardelės konfigūracijos gerai iliustruoja galimas erdvinės būsenas - (anti)feromagnetinė gardelė atitinka (anti)koreliuotą būseną, o paramagnetinė konfigūracija atitinka nekoreliuotą (atsitiktinę) būseną. Šiame tyrime kiekybiškai nustatyti šioms būsenoms pasitelkiami dviejų tipų indeksai. Statistiniai indeksai remiasi dviejų erdvinė vienetų koreliacijos įvertinimu, erdvinėje statistikoje dažnai sutinkami Geary c ir Moran I indeksai [4].

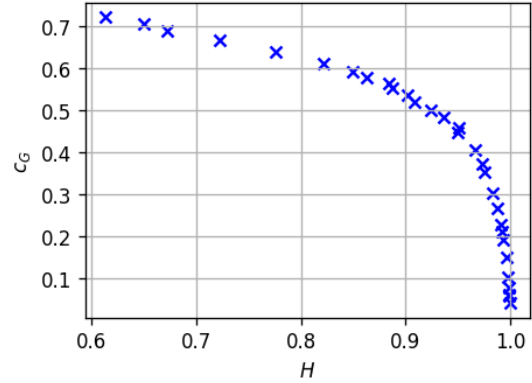
Palyginimui tyrime pasiūlomas mastelinio tipo indeksas - nevienalytiškumo indeksas H . Apskaičiuoti indeksui atliekama mastelio pakeitimo operacija - gretimi sukiniai sujungiami į vieną, kurio vertė yra sujungtųjų vidurkis. Tokios indekso formulotės privalumas tas, jog jį patogiu taikyti hierarchiniams duomenims. Transformacijos sudarymo principas yra panašus į renormalizacijos grupės metodą. Nevienalytiškumo indeksas apibrėžiamas per nepilną reguliarizuotą Beta funkciją $I_{\alpha,\beta}(\tilde{\sigma}_K)$:

$$H = 2\langle I_{\alpha,\beta}(\tilde{\sigma}_K) \rangle - 1. \quad (1)$$

čia $\tilde{\sigma}_K$ žymi pasirinkto mastelio verčių normalizuotą standartinį nuokrypį, vidurkinimas per visus pasirinktus mastelius. Parametrų α ir β pasirinkimu galima lemti tai, jog sudėtinio tikimybės tankio funkcijos rolę atliekanti nepilnoji reguliarizuota Beta funkcija savo medianos vertę įgytų atsitiktinio išsimaišymo atveju:

$$\tilde{\sigma}_K = \frac{1}{\sqrt{K}}. \quad (2)$$

Šis proporcingumas gaunamas mastelio transformaciją atliekant ne gretimiems sukiniams, o pasirenkant juos atsitiktinai. Šiam atvejui parenkama $H = 0$ (analogiškai Pearsono koreliacijos koeficientui), o parametrų α ir β vertės gaunamos sulyginant (2) su $I_{\alpha,\beta}$ mediana.



1 pav. Sąryšis tarp Geary c indekso verčių ir nevienalytiškumo indekso H skirtingose feromagnetinio Izingo modelio pagal Kawasaki interpretaciją temperatūrose. Temperatūros vertės T tarp T_0 ir $5T_0$, kur T_0 yra temperatūra normuota į Bolcmano konstantą k_B ir feromagnetinės sąveikos konstantą J .

Statistinių ir mastelinių erdvinės įvairovės indeksų vertės apskaičiuotos antiferomagnetiniais ir feromagnetiniais Izingo modelio Kawasaki ir Metropolio interpretacijų atvejais. Viena iš erdvinė matų dinamikų pateikiama 1 pav.

Mastelinis nevienalytiškumo indeksas yra tiesiškai proporcingas statistiniams indeksams atsitiktinių Izingo modelio (abiejų interpretacijų) gardelių konfigūracijų srityje. Tačiau mastelinis nevienalytiškumo indeksas yra mažiau detalus kraštutinių verčių srityse. Šį dėsnį atskleidžia indeksų tarpusavio verčių sąryšio kreivėse atsirandantis netiesinis proporcingumas antiferomagnetinių ir kritinių konfigūracijų srityse.

Reikšminiai žodžiai: Izingo modelis, erdvinė dinamika

Literatūra

- [1] Castellano, Claudio Fortunato, Santo Loreto, Vittorio. (2007). Statistical physics of social dynamics. Reviews of Modern Physics. 81. 10.1103/RevModPhys.81.591.
- [2] Kononovičius, Aleksejus (2019). Compartmental voter model. Journal of Statistical Mechanics 2019. 10.1088/1742-5468/ab409b.
- [3] Fernández-Gracia, Juan Suchecki, Krzysztof Ramasco, Jose Javier Miguel, Maxi Eguíluz, Víctor. (2014). Is the Voter Model a Model for Voters?. Physical Review Letters. 112. 158701. 10.1103/PhysRevLett.112.158701.
- [4] Ripley, B. D. (1981). Spatial statistics. John Wiley Sons, New York.