Analitiniai aukšto dažnio skleidimai kvantinėms sistemoms trikdomoms amplitudiškai moduliuota periodine jėga panaudojant srauto lygtį

Analytical treatment of quantum systems driven by amplitude-modulated time-periodic force using flow equation approach

Viktor Novičenko[1], Egidijus Anisimovas[1]
[1]Vilniaus universitetas, Fizikos fakultetas, Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, Saulėtekio al. 3, LT-10257 Vilnius
viktor.novicenko@tfai.vu.lt

Pastaraisiais metais yra didelis susidomėjimas aukštu dažniu virpinamomis kvantinėmis sistemomis. Neretai eksperimente nėra galimybės staigiai užkelti virpinimo amplitudę iki norimos vertės, todėl lėta (palyginus su aukštu dažniu) amplitudės dinamika turi būti įskaityta ieškant sistemos efektinį Hamiltonianą [1]. Įdomu tai, kad tam tikros formos Hamiltonianams lėta amplitudės dinamika sukuria neabelinį vektorinį potencialą [1, 2] kuris gali būti panaudotas holonominėse kvantiniuose skaičiavimuose [3, 4]

Matematiškai periodinės kvantinės sistemos su papildoma lėta dinamika nagrinėjamos naudojant Floke teoriją. Jei turime kvantinę sistemą aprašomą Šredingerio lygtimi

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\phi(t)\right\rangle = \hat{H}(\omega t, t)\left|\phi(t)\right\rangle \tag{1}$$

su periodiškai (pagal pirmą argumentą) nuo laiko priklausančiu Hamiltonianu $\hat{H}(\omega t + 2\pi, t) = \hat{H}(\omega t, t)$ bei papildoma lėta laikine priklausomybe ikoduota į antrą argumentą, tai tiesioginis būsenos vektoriaus $|\phi\rangle \in \mathscr{H}$ evoliucijos radimas dažniausiai yra labai sudėtingas uždavinys. Įvedus išplėstinę vektorinę erdvę $\mathscr{L} = \mathscr{H} \otimes \mathscr{T}$ [5] (čia $\mathscr{T}$ yra kvadratiškai integruojamų periodinių funkcijų erdvė, o $\mathscr{H}$ yra kvantinių būsenų Hilberto erdvė), uždavinys (1) susiveda į Šredingerio tipo lygties uždavinį

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\psi(t)\right\rangle\rangle = \hat{\mathcal{K}}(t)\left|\psi(t)\right\rangle\rangle, \tag{2}$$

kur $|\psi\rangle\rangle \in \mathscr{L}$, o $\hat{\mathcal{K}}(t)$ yra lėtai nuo laiko (nebeliko greitų osciliacijų) priklausantis išplestinės erdvės Hamiltonianas. Operatorius $\hat{\mathcal{K}}(t)$ yra begalinės dimensijos matrica, kurios koeficientai yra operatoriai veikiantys $\mathscr{H}$ erdvėje. Vektorinės erdvės $\mathscr{T}$ bazinius vektorius $\varphi_n(\theta) = e^{\mathrm{i}n\theta}$ pažymėjus $|n\rangle$, išplėstinės erdvės Hamiltonianas turi tokį pavidalą

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{K}}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n\hbar\omega\mathbf{1}_{\mathscr{H}} \otimes |n\rangle\langle n| \\ &\quad + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} \hat{H}^{(m)}(t) \otimes |n+m\rangle\langle n|.\end{aligned} \tag{3}$$

Čia $\hat{H}^{(m)}(t)$ yra originalaus Hamiltoniano $\hat{H}(\omega t, t)$ Furje skleidimo pagal pirmą argumentą komponentės.

Šredingerio lygtį išplėstinėje erdvėje (2) dažniausiai tiksliai išspręsti nepavyksta, todėl yra naudojami perturbacijos metodai. Jei pavyktų rasti unitarinį operatorių $\hat{\mathcal{D}}(t)$ kuris paverstų operatorių $\hat{\mathcal{K}}(t)$ į blok-diagonalią formą

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{K}}_D(t) &= \hat{\mathcal{D}}^\dagger\hat{\mathcal{K}}\hat{\mathcal{D}} - \mathrm{i}\hbar\hat{\mathcal{D}}^\dagger\frac{\mathrm{d}\hat{\mathcal{D}}}{\mathrm{d}t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(n\hbar\omega\mathbf{1}_{\mathscr{H}} + \hat{H}_{\text{eff}}(t)\right) \otimes |n\rangle\langle n|,\end{aligned} \tag{4}$$

tai operatorius $\hat{H}_{\text{eff}}(t)$ aprašytų efektinę būsenos dinamiką suvidurkintą per periodines osciliiacijas. Tačiau tiksliai tiek $\hat{\mathcal{D}}(t)$ tiek $\hat{H}_{\text{eff}}(t)$ rasti retai kada galima, todėl šie operatoriai dažniausiai ieškomi kaip skleidiniai ω^{-1} laipsniais.

Blok-diagonalizavimo uždavinys panašus į statitinės ermitinės matricos diagonalizavimo uždavinį, o šie uždaviniai turi įvairių gerai žinomų sprendimo metodų. Vienas iš tokių metodų yra sraudo lygčių panaudojimas [6]. Panašiai kaip straipsnyje [7], mes adaptavome srauto lygtis kurios tolygiai blok-diagonalizuoja išplėstinės erdvės Hamiltonianą $\hat{\mathcal{K}}(t)$ ir gali būti sprendžiamos perturbatyviai skleidžiant operatorius $\hat{\mathcal{D}}(t)$ ir $\hat{H}_{\text{eff}}(t)$ atvirkštinio dažnio laipsniais. Priešingai negu straipsnyje [7], mūsų pasiūlytas srauto generatorius [8] srautui bėgant neužpildo aukštų Furje harmonikų ($\hat{H}^{(m)}(s,t) = \mathbf{0}_{\mathscr{H}}$ visiems $|m| > m_0$) jei tik srauto pradžioje tos harmonikos buvo lygios nuliui ($\hat{H}^{(m)}(s=0,t) = \mathbf{0}_{\mathscr{H}}$). O šį savybė leidžia spresti srauto lygtis (nes jų yra baigtinis kiekis, t.y. $2m_0 + 1$) automatiškai su simbolinės algebros paketu, tokiu kaip *Mathematica* arba *Maple*. Tokių būdų galima automatizuoti efektinio Hamiltoniano $\hat{H}_{\text{eff}}(t)$ skleidinio radimą iki norimos eilės.

Reikšminiai žodžiai: Floke teorija kvantinėms sistemoms, aukšto dažnio skleidimai, srauto lygtis

Literatūra

[1] V. Novičenko, E. Anisimovas ir G. Juzeliūnas, Phys. Rev. A **95**, 023615 (2017)
[2] V. Novičenko, ir G. Juzeliūnas, Phys. Rev. A **100**, 012127 (2019)
[3] Z. Chen, J. D. Murphree ir N. P. Bigelow, Phys. Rev. A **101**, 013606 (2020)
[4] L. W. Cooke, A. Tashchilina, M. Protter, J. Lindon, T. Ooi, F. Marsiglio, J. Maciejko ir L. LeBlanc, arXiv:2307.12957 (2023)
[5] H. Sambe, Phys. Rev. A **7**, 2204 (1973)
[6] F. Wegner, Ann. Phys.(Leipzig) **506**, 77 (1994)
[7] A. Verdeny, A. Mielke ir F. Mintert, Phys. Rev. Lett. **111**, 175301 (2013)
[8] V. Novičenko, G. Žlabys ir E. Anisimovas, Phys. Rev. A **105**, 012203 (2022)